CICLO 2023 – 1.

EXÁMEN FINAL

ALGEBRA LINEAL

PAUL JHUNIOR RAMOS CAMILO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
Lima – Perú

Contenido

2021 – 1.

Pregunta 1.

Indicar el valor de verdad de la siguientes proposiciones. Justificar su respuesta con argumentos teóricos.

a. Sean $a, b, c \in \mathbb{R}^3$, entonces:

$$\Big(c\cdot\big(a\times(a\times(a\times b))\big)\Big)\Big((a\times b)\cdot\big((b\times c)\times(c\times a)\big)\Big)=\frac{[a,b,c]}{|a|^2}$$

Solución a:

$$a\times(b\times c)=(a\cdot c)b-(a\cdot b)c$$

$$a\times(a\times b)=(a\cdot b)a-(a\cdot a)b=(a\cdot b)a-|a|^2b$$

$$a\times\big((a\cdot b)a-|a|^2b\big)=a\times(a\cdot b)a-a\times|a|^2b=(a\cdot b)a\times a-|a|^2a\times b$$
$$=-|a|^2a\times b$$

$$-|a|^2c\cdot(a\times b)=-|a|^2[a,b,c]$$

$$(b\times c)\times(c\times a)=\big((b\times c)\cdot a\big)c-\big((b\times c)\cdot c\big)a=\big((b\times c)\cdot a\big)c$$

$$(a\times b)\cdot\big((b\times c)\cdot a\big)c=\big((b\times c)\cdot a\big)(a\times b)\cdot c=[b,c,a][a,b,c]=[a,b,c]^2$$

$$-|a|^2[a,b,c][a,b,c]^2=-|a|^2[a,b,c]^3$$

b) Dados los vectores a=(1, x, yz), b=(1, y, xz), c=(1, z, xy) .Si x, y, z son números reales positivos, diferentes entre sí, entonces:

el conjunto de vectores { axb , bxc , cxa } es linealmente independiente.

Solución b:

$$a\times b=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & x & yz\\ 1 & y & xz\end{vmatrix}=(x^2z-y^2z,yz-xz,y-x)$$
$$=(z(x^2-y^2),z(y-x),y-x)=(y-x)(z(x+y),z,1)$$

$$b\times c=(xy^2-xz^2,xz-xy,z-y)=(z-y)(x(z+y),x,1)$$

$$c\times a=(x^2y-yz^2,xy-yz,x-z)=(x-z)(y(x+z),y,1)$$

$$(y-x)(z-y)(x-z)\begin{vmatrix} z(x+y) & z & 1\\ x(z+y) & x & 1\\ y(x+z) & y & 1\end{vmatrix}\to\begin{vmatrix} z(x+y) & z & 1\\ x(z+y) & x & 1\\ y(x+z) & y & 1\end{vmatrix}$$
$$=xy(z+y)-xy(x+z)-\big(yz(x+y)-yz(x+z)\big)$$
$$+xz(x+y)-xz(z+y)=xy(y-x)+yz(z-y)+xz(x-z)$$
$$=xy^2-x^2y+yz^2-y^2z+x^2z-xz^2$$
$$=x^2(z-y)+y^2(x-z)+z^2(y-x)$$

⇒No hay forma de precisar el resultado

∴No se puede asegurar que sea L.I.

c) El conjunto M, es un sub espacio vectorial de R^4, siendo:

$M=\{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1+x_2=0, x_3-x_4=0\}$

Solución c:

$$m\in M\to m=(x,y,z,t)=(x,-x,z,z)=(x,-x,0,0)+(0,0,z,z)$$
$$=x(1,-1,0,0)+z(0,0,1,1)$$

$$m_1,m_2\in M,\qquad a\in\mathbb{R}$$

$$m_1+am_2=x_1(1,-1,0,0)+z_1(0,0,1,1)+a\big(x_2(1,-1,0,0)+z_2(0,0,1,1)\big)$$
$$=x_1(1,-1,0,0)+z_1(0,0,1,1)+ax_2(1,-1,0,0)+az_2(0,0,1,1)$$
$$=(x_1+ax_2)(1,-1,0,0)+(z_1+az_2)(0,0,1,1)$$
$$=x_3(1,-1,0,0)+z_3(0,0,1,1)=m_3$$

$$m_3\in M$$

∴ M sí es un subespacio vectorial.

Pregunta 2

Sean las rectas L_1 y L_2. Determinar un punto $A\in L_1$ y otro $B\in L_2$, tal que la distancia de A a B sea mínima, así como la ecuación de la recta que los contiene.

$$L_1{:}\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{5-z}{4}$$

$$L_2{:}\,x=-2,\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$$

Solución 2:

$$L_1{:}\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{5-z}{4}=t,\qquad t\in\mathbb{R}$$

$$\frac{x-1}{2}=t\to x=1+2t$$

$$\frac{y+2}{3}=t\to y=-2+3t$$

$$\frac{5-z}{4}=t\to z=5-4t$$

$$(x,y,z)=(1+2t,-2+3t,5-4t)=(1,-2,5)+(2t,3t,-4t)$$
$$=(1,-2,5)+(2,3,-4)t$$

$$L_1{:}\,(x,y,z)=(1,-2,5)+(2,3,-4)t,\qquad t\in\mathbb{R}$$

$$L_2: (x, y, z) = (-2,1,-2) + (0,1,2)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$d(L_1, L_2) = \frac{\left|\left[\overline{P_0Q_0}\ \bar{a}\ \bar{b}\right]\right|}{\|\bar{a}\times\bar{b}\|}$$

$$d(L_1, L_2) = \frac{|[(-3,3,-7),(2,3,-4),(0,1,2)]|}{|(2,3,-4)\times(0,1,2)|} = \frac{\left\|\begin{matrix} -3 & 3 & -7 \\ 2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix}\right\|}{|(10,-4,2)|} = \frac{28}{2\sqrt{30}} = \frac{7\sqrt{30}}{15}$$

$$v_{L_3} \parallel (2,3,-4)\times(0,1,2) = (10,-4,2) \to v_{L_3} = (5,-2,1)$$

$$P \in L_1 \to P = (1,-2,5) + (2,3,-4)p$$

$$P + (5,-2,1)a = Q, \qquad Q \in L_2$$

$$(1,-2,5) + (2,3,-4)p + (5,-2,1)a = (-2,1,-2) + (0,1,2)q$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ a \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{\begin{vmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -7 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{vmatrix}}, \qquad q = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 3 & -2 & 3 \\ -4 & 1 & -7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{vmatrix}}$$

$$L_3 = P + (5,-2,1)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

Pregunta 3.

3.-) a) Sean las rectas:

$$L_1: \frac{x+6}{2} = y-1 = \frac{z-1}{-1} \qquad L_2: x-3 = \frac{y}{2} \quad ; Z = 2 \quad y$$

el plano $P: 3X + 2Y - 5Z = -10$. *Si* $A \in L_1$; $B \in L_2$ *y* $C \in P$. Determinar A, B y C de modo que el área del triángulo ABC sea mínima.

b) Determina las coordenadas del vector v = (m, n, p) respecto de la bases B_1, que se podría obtener a partir del siguiente conjunto de los vectores {(-2, 1, 0), (-1,0,2), (1, 0, -3), (1,-1,-1)} y B_2 a partir del conjunto { (-1,2,5)} que son subconjuntos de R^3. (Siendo **m** la suma de cifras del mes de su nacimiento, **n** la suma de cifras de su edad y **p** la mayor cifra del año de su nacimiento)

Solución a:

$$L_1: (-6,1,1) + (2,1,-1)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$L_2: (3,0,2) + (1,2,0)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$P: 3x + 2y - 5z = -10$$

$$x = 5t, \qquad y = 5u$$

$$z = \frac{3x + 2y + 10}{5} = \frac{15t + 10u + 10}{5} = 3t + 2u + 2$$

$$(x, y, z) = (5t, 5u, 3t + 2u + 2) = (0,0,2) + (5,0,3)t + (0,5,2)u, \qquad t, u \in \mathbb{R}$$

$$P: (0,0,2) + (5,0,3)t + (0,5,2)u, \qquad t, u \in \mathbb{R}$$

$$L_1: (-6,1,1) + (2,1,-1)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$L_2: (3,0,2) + (1,2,0)t, \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$P: (0,0,2) + (5,0,3)t + (0,5,2)u, \qquad t,u \in \mathbb{R}$$

$$(-6,1,1) + (2,1,-1)x = (0,0,2) + (5,0,3)y + (0,5,2)z$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -5 \\ -1 & -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -5 & 10 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-3y + 2z = 0 \rightarrow -y = -\frac{2}{3}z$$

$$-5y + 10z = 8 \rightarrow -\frac{10}{3}z + 10z = 8$$

$$\rightarrow \exists z \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \exists A \in L_1 \cap P$$

$$(3,0,2) + (1,2,0)x = (0,0,2) + (5,0,3)y + (0,5,2)z$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -5 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-3y - 2z = 0 \rightarrow y = -\frac{2}{3}z$$

$$2x - 5z = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}z$$

$$x - 5y = -3 \rightarrow \lambda z = -3, \qquad \lambda \neq 0$$

$$\rightarrow \exists z \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \exists B \in L_2 \cap P$$

Notamos que los puntos que minimizan el área son colineales.

$$\min S = 0$$

No existe triangulo.

Por ende no hay solución.

Pregunta 4.

4.-Cosideremos los subespacios vectoriales U y W de R^3 tales que U está generado por los vectores (1, 0, 1),(0, 1, 1),(1, 1, 2) y

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ x - y + 2z = 0\}$$

Determinar :

a) La bases *de* U, U+ W y U$\cap$ W

b)La base de un subespacio suplementario H de U $\cap$ W

2021 – 2.

Pregunta 1.

Indicar el valor de verdad e las siguientes proposiciones.

a. Sea $P_3 = \{espacio\ de\ los\ polinomios < 3\}$ y el conjunto $\{p_1, p_2, p_3\}$ contenido en P_3 donde:

$$p_{1(x)} = ax^2 + 2bx - c$$

$$p_{2(x)} = 3dx^2 + ex + f$$

$$p_{3(x)} = gx - 4h$$

Entonces el conjunto $\{p_1, p_2 p_3\}$ es linealmente independiente, considerar:

a: la mayor cifra del año de su nacimiento.

b: la suma de cifras del día de su nacimiento.

c: la suma de cifras de su edad.

d: la mayor cifra de su código.

e: la menor cifra significativa de su código.

f: el número de su grupo.

g: un numero primo menor que 10.

h: suma de cifras del mes de su nacimiento.

Solución a:

Fecha de nacimiento $(dd|mm|aaaa)$: $(30|01|2003) \Rightarrow \begin{matrix} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 9 \\ h = 1 \end{matrix}$

Código universitario: $20212007C \Rightarrow \begin{matrix} d = 7 \\ e = 1 \end{matrix}$

Grupo de clase: $4 \Rightarrow f = 4$

Numero primo escogido: $2 \Rightarrow g = 2$

$$\begin{aligned} & P_1(x) = 3x^2 + 6x - 9 \\ \Rightarrow\ & P_2(x) = 21x^2 + x + 4 \\ & P_3(x) = 2x - 4 \end{aligned} \Rightarrow \begin{matrix} P_1(x): \\ P_2(x): \\ P_3(x): \end{matrix} \begin{bmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 21 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & -41 & 67 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow r\left(\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}\right) = r\left(\begin{bmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 15 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}\right) = 3$$

$\therefore \{P_1, P_2, P_3\}$ es L.I. [verdadero]

b. Si $a \perp b$, entonces $a \times \big(a \times (a \times (a \times b))\big) = |a|^4 b$ siendo a, b vectores de $V = \mathbb{R}^3$.

Solución b:

$\bar{a} \perp \bar{b} \Rightarrow \bar{a} \cdot \bar{b} = 0$

$$\begin{aligned} \bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{b}) &= (\bar{a} \cdot \bar{b})\bar{a} - (\bar{a} \cdot \bar{a})\bar{b} \\ &= -(\bar{a} \cdot \bar{a})\bar{b} \\ &= -|\bar{a}|^2 \bar{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{a} \times \Big(\bar{a} \times \big(\bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{b})\big)\Big) &= \bar{a} \times \big(\bar{a} \times (-|\bar{a}|^2 \bar{b})\big) \\ &= -|\bar{a}|^2 \bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{b}) \\ &= |\bar{a}|^4 \bar{b} \end{aligned}$$

$\therefore [V]\ \bar{a} \times \Big(\bar{a} \times \big(\bar{a} \times (\bar{a} \times \bar{b})\big)\Big) = |\bar{a}|^4 \bar{b}$

c. Sea M es subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$, $M = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) | x_1 = x_2 = x_3\}$

Solución c:

Sea $A \in M \Rightarrow A = (a_1, a_2, a_3, a_4) = a_1(1,1,1,0) + a_4(0,0,0,1)$

$\Rightarrow$ sea $A, B \in M$, $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lambda A + B &= \lambda(a_1(1,1,1,0) + a_4(0,0,0,1)) + b_1(1,1,1,0) + b_4(0,0,0,1) \\ &= \lambda a_1(1,1,1,0) + \lambda a_4(0,0,0,1) + b_1(1,1,1,0) + b_4(0,0,0,1) \\ &= (\lambda a_1 + b_1)(1,1,1,0) + (\lambda a_4 + b_4)(0,0,0,1) \end{aligned}$$

$\lambda, a_1, a_2, b_1, b_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow \lambda a_1 + b_1, \lambda a_4 + b_4 \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \lambda A + B = \alpha(1,1,1,0) + \beta(0,0,0,1)$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \lambda A + B \in M$

$\therefore$ [verdadero] M es un subespacio de $\mathbb{R}^4$

Pregunta 2.

Sea el triangulo ABC, donde $B = (4,8,12)$ las rectas L_1, L_2 son medianas del triángulo trazadas desde los vértices A, C respectivamente.

$$L_1: \frac{x-14}{2} = y - 9 = \frac{1-z}{3} \quad L_2: x - 11 = 5 - y; z = 8$$

Solución 2.

M: baricentro de ABC $\Rightarrow M \in L_1 \wedge M \in L_2$

$\Rightarrow (14,9,1) + t(2,1,-3) = (11,5,8) + u(1,-1,0)$

$2t - u = -3$

$\Rightarrow t + u = -4 \Rightarrow t = -\frac{7}{3}$; $u = -\frac{5}{3} \Rightarrow M = \left(\frac{28}{3}, \frac{20}{3}, 8\right)$

$-3t = 7$

M_{AC}: punto medio del lado AC $\Rightarrow \overline{BM} = 2\overline{MM_{AC}}$

$\Rightarrow M - B = 2M_{AC} - 2M \Rightarrow \frac{3M - B}{2} = M_{AC}$

$\Rightarrow M_{AC} = \frac{(28,20,24) - (4,8,12)}{2} = (12,6,6)$

$A \in L_1 \wedge C \in L_2 \wedge \overline{AM_{AC}} = \overline{M_{AC}C}$

$\Rightarrow M_{AC} - A = C - M_{AC} \Rightarrow C + A = 2M_{AC}$

$\Rightarrow (11,5,8) + c(1,-1,0) + (14,9,1) + a(2,1,-3) = (24,12,12)$

$c + 2a = -1$

$\Rightarrow -c + a = -2 \Rightarrow a = -1 \wedge c = 1$

$-3a = 3$

$\therefore A = (12,8,4)$

$C = (12,4,8)$

Ramos Camilo Paul 20212007C

Pregunta 3.

Justificar cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas.

a. Sean los vectores de V_3: $\bar{a} = (t, 1-t, t), \bar{b} = (2t, t-1, t+2), \bar{c} = (-2t, t, -t)$. ¿$\{\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}\}$ es LI para $t = \pm 2$?

Solución a.

$$\begin{matrix} a: \\ b: \\ c: \end{matrix}\begin{bmatrix} t & 1-t & t \\ 2t & t-1 & t+2 \\ -2t & t & -t \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} t & 1-t & t \\ 0 & 3t-3 & 2-t \\ 0 & 2-t & t \end{bmatrix}$$

Ramos Camilo Paul 20212007C

$$t = 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \{\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}\} \text{ es L.I.}$$

$$t = -2 \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -2 & 3 & -2 \\ 0 & -9 & 4 \\ 0 & 4 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} -2 & 3 & -2 \\ 0 & -9 & 4 \\ 0 & 0 & -2/9 \end{bmatrix} \Rightarrow \{\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}\} \text{ es L.I}$$

$\therefore \{\bar{a}\ \bar{b}\ \bar{c}\}$ es L.I con $t = \pm 2$

b. $\left((\bar{a} \times \bar{b}) \times (\bar{b} \times \bar{c})\right) \cdot (\bar{c} \times \bar{a}) = [\bar{a}\bar{b}\bar{c}]^2$

Solución b:

$(a \times b) \times (b \times c) = ((a \times b) \cdot c)b - ((a \times b) \cdot b)c$

$= ((a \times b) \cdot c)b$

$= [a\ b\ c]\ b$

$\Rightarrow ((a \times b) \times (b \times c)) \cdot (c \times a) = [a\ b\ c]\ b \cdot (c \times a)$

$= [a\ b\ c][b\ c\ a]$

$= [a\ b\ c]^2$

$\therefore$ [Verdadero] $((a \times b) \times (b \times c)) \cdot (c \times a) = [a\ b\ c]^2$

c. Si $\text{proy}_{\bar{b}}\bar{a} = (4,4,-8)$ y $\text{proy}_{\bar{a}}\bar{b} = (8,-4,-4)$ entonces $\bar{a} \cdot \bar{b} = 64$.

Solución c:

$\text{proy}_b\, a = (4,4,-8) \Rightarrow \frac{b \cdot a}{|b|^2} b = (4,4,-8)$

$\text{proy}_a\, b = (8,-4,-4) \Rightarrow \frac{b \cdot a}{|a|^2} a = (8,-4,-4)$

$\Rightarrow \frac{b \cdot a}{|b|^2} b \cdot \frac{b \cdot a}{|a|^2} a = |(4,4,-8)|\,|(8,-4,-4)| \cdot \cos\theta = (4,4,-8)(8,-4,-4)$

$\frac{|b|^3 |a|^3 \cos^3\theta}{|b|^2 |a|^2} = 96 \cos\theta = 48$

$\Rightarrow \cos\theta = 1/2$

$\Rightarrow |b||a| \cos^3\theta = 48$

$|b||a| \cos\theta \, \frac{1}{4} = 48$

$\Rightarrow a \cdot b = 192$

$\therefore$ [Falso] $a \cdot b \neq 64$

Ramos Camilo Raúl Chumier

20212007C

Pregunta 4.

Resolver:

a. En $V = \mathbb{R}^4$ consideramos los subespacios vectoriales:

$$F_1 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 | x_1 - x_2 = x_3\}$$

$$F_2 = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 | 2x_1 - 3x_2 = x_3 = 0\}$$

Determine $F_1 + F_2$.

Solución a:

Sea $v \in F_1 \Rightarrow v = v_1(1,0,1,0) + v_2(0,1,-1,0) + v_4(0,0,0,1)$

$\Rightarrow F_1 = \{v | v = s(1,0,1,0) + t(0,1,-1,0) + u(0,0,0,1); s, t, u \in \mathbb{R}\}$

$\Rightarrow F_1 = \langle (1,0,1,0), (0,1,-1,0), (0,0,0,1) \rangle$

Sea $v \in F_2 \Rightarrow v = \frac{v_1}{3}(3,2,0,0) + v_4(0,0,0,1)$

$\Rightarrow F_2 = \{v | v = t(3,2,0,0) + u(0,0,0,1); t, u \in \mathbb{R}\}$

$\Rightarrow F_2 = \langle (3,2,0,0), (0,0,0,1) \rangle$

$\Rightarrow F_1 + F_2 = \langle (1,0,1,0), (0,1,-1,0), (0,0,0,1), (3,2,0,0), (0,0,0,1) \rangle$

$$\begin{matrix} v_1: \\ v_2: \\ v_3: \\ v_4: \\ v_5: \end{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \langle (1,0,1,0), (0,1,-1,0), (0,0,0,1), (3,2,0,0), (0,0,0,1) \rangle$
$= \langle (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) \rangle$

Notamos $\langle (1,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (0,0,0,1) \rangle = \mathbb{R}^4$

$\therefore F_1 + F_2 = \mathbb{R}^4$

b. Determina las coordenadas de $v = (m, n, p)$ respecto a las bases B_1 y B_2.

$B_1 \in \{(2,1,0), (1,0,-2), (1,0,3), (1,-1,1)\}$

$B_2 = \{(1,2,3), v, w\}; v, w$ tienen a lo más 1 elemento neutro.

m: suma de cifras del mes de su nacimiento.

n: suma de cifras de su edad.

p: la mayor cifra del año de su nacimiento.

Solución b:

vectores: $\{(1,0,-2),(1,0,3),(1,-1,1)\}$ es L.I

$\Rightarrow B_1 = \{(1,0,-2),(1,0,3),(1,-1,1)\}$

$B_2 = \{(1,2,2),(0,1,1),(0,1,2)\}$

$m = 1$; mes enero (01)

$n = 9$; edad 18

$p = 3$, año 2003

$(1,9,3) = \alpha(1,0,-2) + \beta(1,0,3) + \theta(1,-1,1)$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha + \beta + \theta = 1 \\ -\theta = 9 \\ -2\alpha + 3\beta + \theta = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \alpha = 3{,}8 \\ \theta = -9 \\ \beta = 6{,}2 \end{array} \Rightarrow [v]_{B_1} = \begin{bmatrix} 3{,}8 \\ -9 \\ 6{,}2 \end{bmatrix}$$

$(1,9,3) = \alpha(1,2,3) + \beta(0,1,1) + \theta(0,1,2)$

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = 1 \\ 2\alpha + \beta + \theta = 9 \\ 3\alpha + \beta + 2\theta = 3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \alpha = 1 \\ \beta = 14 \\ \theta = -7 \end{array} \Rightarrow [v]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 14 \\ -7 \end{bmatrix}$$

Asistencia.

MAX JORDAN A... JULIO CESAR RI... DAVID MANUEL... ALESSANDRA N... JAHAYRA IVETH... PAUL EMERSON...
IVAN QUINTIN P... ROBERT BECKH... ERIKA STEFANN... MATT JHONATA... GABRIEL ARTUR... MIGUEL EDUAR...
MAURO ENRIQUE OCHOA ... ALESSANDRO FRANCESC... FERNANDO ATENCIO ATE... PAUL JHUNIOR RAMOS CA...
20:33 | biq-ffxz-hst
Todos silenciados · Añadir personas · Buscar a gente · EN LA REUNIÓN · Colaboradores 16
PAUL JHUNIOR RA... (Tú) Anfitrión de la reunión · ALESSANDRA NAYUMY ... · ALESSANDRO FRANCE... · DAVID MANUEL FLORES...
EXAMEN FINAL DE....pdf · Mostrar todo · 19°C Despejado · Búsqueda · ESP LAA · 20:33 19/07/2023

Sobre esta llamada

Personas · Información · Actividades

PAUL JHUNIOR RA... Organizador de la reuni...
Tú · PAUL J... +14
ALESSANDRO FRAN...
DAVID MANUEL FL...
ERIKA STEFANNI AR...
FERNANDO ATENCI...
GABRIEL ARTURO N...
IVAN QUINTIN POM...
JAHAYRA IVETH RIV...
JULIO CESAR RIOS ...
MATT JHONATAN W...
MAURO ENRIQUE O...
MAX JORDAN AND...
MIGUEL EDUARDO ...
PAUL EMERSON SU...
ROBERT BECKHAM ...